

MOCK THETA

O TRIBUNAL DO FUTURO

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q^n$$

$$\phi(q) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n q^n$$

$$g(q) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n q^n$$

$$a_n, b_n, c_n \in \mathbb{Z}$$

$$Enc(m_1) \cdot Enc(m_2) =$$

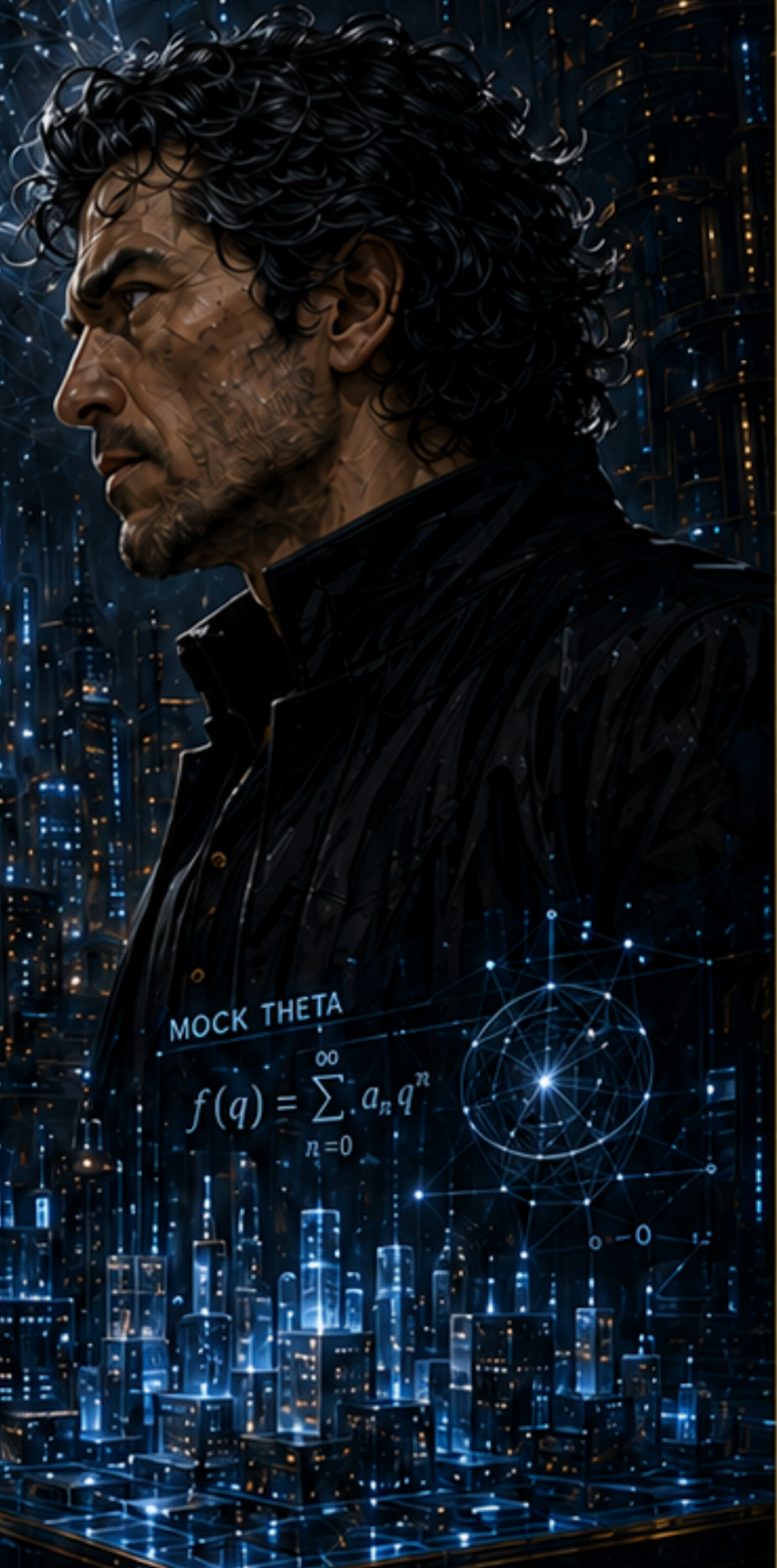
$$= Enc(m_1 + m_2)$$

$$Dec(Enc(m)) = m$$

$$n = p \cdot q$$

$$\lambda = \text{lcm}(p-1, q-1)$$

$$L(u) = \frac{u-1}{n}$$



ARTE E ROTEIRO: **NAOKI URASAWA TATSUMI**

TRADUÇÃO: **FERNANDO MASSAO OKAMOTO**

MOCK THETA: O TRIBUNAL DO FUTURO

Antes, a criptografia protegia mensagens.



Agora, ela protege civilizações inteiras.



O adversário já não é apenas um homem diante de uma equação.



Julgar-se-á apenas isto: quem pode proteger a próxima era da computação sensível?

CRIPTOSSISTEMA PAILLIER
Criptografia Aditivamente Homomórfica
 $Enc(m_1) \cdot Enc(m_2) = Enc(m_1 + m_2)$
 $g^m \cdot r^n \pmod{n^2}$
 $Dec(c) = L(c^2 \pmod{n^2})$

MOCK THETA

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q^n$$

$$a_n \in \mathbb{Z}$$

$$f(q) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n q^{n^2}}{(q; q)_n}$$

$$\phi(q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2}$$

$$\phi(q) = \sum_{n=0}^{\infty} q^{n^2+112}$$

ASÍNTICAS MODULARES
TOPOLOGIAS NÃO COMUTATIVAS

TRIBUNAL DO FUTURO

PASCAL PAILLIER

MARCOS ELIAS

Um nome já pertence à história. O outro pretende pertencer ao futuro.

MOCK THETA: O TRIBUNAL DO FUTURO

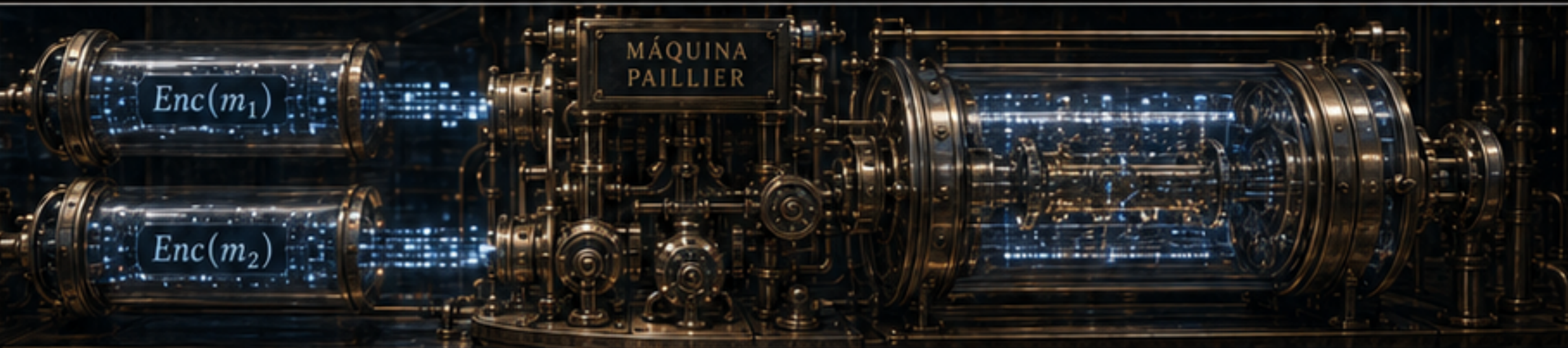
Pascal Paillier é uma raridade: um criptógrafo cujo nome entrou na linguagem técnica da área.



Sua obra uniu elegância algébrica e utilidade prática.

$$L(u) = \frac{u-1}{n}$$
$$g \in \mathbb{Z}_{n^2}^*$$
$$\lambda = \text{lcm}(p-1, q-1)$$
$$\mu = L(g^\lambda \bmod n^2)^{-1} \bmod n$$
$$\text{Dec}(c) = L(c^\lambda \bmod n^2) \cdot \mu \bmod n$$

Operações sobre dados cifrados.



$$\text{Enc}(m_1) \cdot \text{Enc}(m_2) = \text{Enc}(m_1 + m_2)$$

Eu dei ao mundo uma maneira elegante de somar sem expor.

$$\text{Enc}(m_1 + m_2)$$

$$\text{Dec}(\text{Enc}(m_1 + m_2)) = m_1 + m_2$$

RESULTADO DESCRIPTOGRAFADO

Trata-se de uma obra autêntica. Histórica. Nobre.



TRIBUNAL DO FUTURO



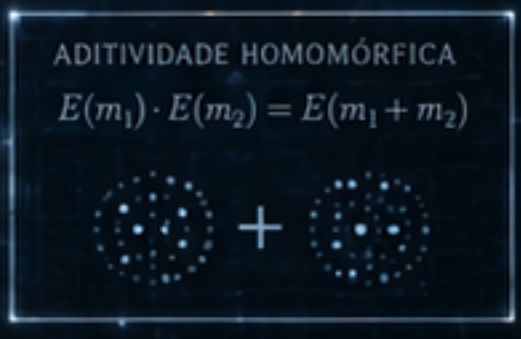
Mas toda arquitetura tem seu domínio.

PAILLIER
HOMOMÓRFICO ADITIVO
SEGURO SOB DLP

PAILLIER MACHINE

- Codificação: \mathbb{Z}_n
- Segurança: Decisional Composite Residuosity (DCR).
- Operação: Adição homomórfica $E(m_1) \cdot E(m_2) = E(m_1 + m_2)$

Paillier preserva com clareza uma estrutura aditiva.



É poderosa para soma confidencial. Não é, por si só, uma gramática geral de computação confidencial.



Sua base pertence ao grande território das construções assimétricas clássicas.

CRIPTOGRAFIA ASSIMÉTRICA CLÁSSICA

- Fatoração de inteiros (RSA)
- Logaritmo discreto (Diffie-Hellman, ECC)
- Resíduo composto (Paillier)
- Suposições no modelo clássico



Num mundo de computação quântica tolerante a falhas, o limite deixa de ser nota de rodapé. Torna-se destino estrutural.

Em meu tempo, isso foi extraordinário.

ERA QUÂNTICA TOLERANTE A FALHAS

- Shor: fatoração e log discreto em tempo polinomial
- Novos paradigmas criptográficos: reticulados, códigos, multivariados, isogenias, hash-based
- Segurança: informação-teórica ou pós-quântica

PARA A PAILLIER MACHINE: LIMITE ESTRUTURAL INERENTE.

PASCAL PAILLIER

Do outro lado não está um herdeiro institucional da criptografia.

q-Pochhammer

$$(a; q)_n = \prod_{k=0}^{n-1} (1 - aq^k)$$

Jacobi Triple Product

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} z^n = (q; q)_{\infty} (-z; q)_{\infty} (-q/z; q)_{\infty}$$

modular $\tau \in \mathbb{H}$

$$q = e^{2\pi i \tau}$$

Está um estreante na criptografia formal. Mas não um espírito ordinário.

Funções Mock Theta

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q; q^2)_{n+1}}$$

$$g(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n(n+1)}}{(-q; q)_n}$$

maçex bidest.

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{n(5n-1)/2}}{(-q; q)_n^2}$$

Assintóticas as $q \rightarrow 1^-$

$$f(q) \sim \frac{A}{(1-q)^\alpha} e^{\frac{B}{1-q}} + \sum_k C_k (1-q)^{\beta_k}$$

Topologia

Homologia persistente

Invariantes $\Rightarrow \mathcal{I}$

Engenheiro, matemático, cientista da computação, modelador de risco.

ENGENHARIA

MATEMÁTICA

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

RISCO

SISTEMAS QUANTITATIVOS

$\mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$

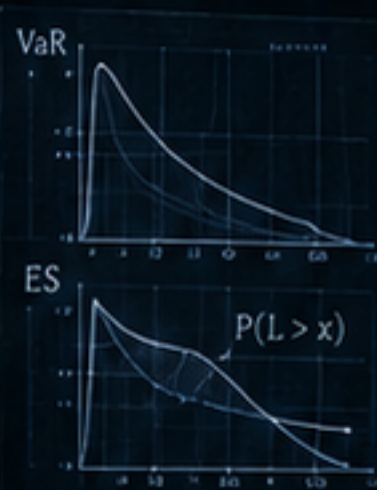
$$\int f(x) dx$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

def ntt(a, root):

```
n = len(a)
if n == 1: return a
a0 = ntt(a[:2], root*root)
a1 = ntt(a[2:], root*root)
w = 1
y = [0]*n
for k in range(n//2):
    y[k] = (a0[k] + w*a1[k]) % MOD
    y[k+n//2] = (a0[k] - w*a1[k]) % MOD
    w = (w * root) % MOD
return y
```

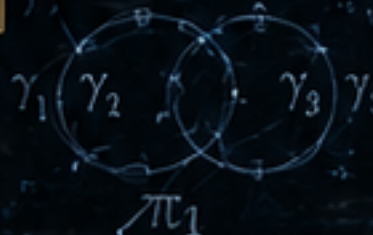


Os estabelecidos preferem arquiteturas legíveis. O outsider nasce onde a legibilidade termina.

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q; q^2)_{n+1}}$$

$$f(q) \notin S_k(\Gamma)$$

$$q \rightarrow 1^- \sim e^{\frac{C}{1-q}}$$



Extensões não desprezíveis

$$0 \rightarrow M \rightarrow \hat{M} \rightarrow Q \rightarrow 0$$

$$\delta: Q \rightarrow H^1(\Gamma, M)$$

$$\dim_{\mathbb{C}} M_k^!(\Gamma)$$

$$\neq \dim_{\mathbb{C}} S_k(\Gamma)$$

Não quero melhorar uma ferramenta.

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q; q^2)_{n+1}} \quad q = e^{2\pi i \tau}$$

$$q \rightarrow 1^-$$

$$f(q) \sim \frac{A}{(1-q)^\alpha} e^{\frac{B}{1-q}}$$

$$\prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{24} = \Delta(\tau)$$

MOCK THETA

$$\left(-\frac{1}{\tau}\right) = (-i\tau)^k f(\tau) + R(\tau)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} z^n$$

Quero deslocar o eixo do problema.



~~Mock Theta faz a mesma coisa que Paillier?~~

Que arquitetura é mais adequada à era em que a criptografia precisa sobreviver ao colapso das hipóteses RSA-like e sustentar infraestrutura soberana?

PAILLIER

De um lado, uma estrutura algébrica limpa, clássica, precisa.

$$Enc(m) = g^m r^n \pmod{n^2}$$

$$Dec(c) = L(c^2 \pmod{n^2})$$

$$g \in \mathbb{Z}_{n^2}^*$$

$$n = p \cdot q$$

$$\lambda = \text{lcm}(p-1, q-1)$$

HOMOMORFISMO ADITIVO

MODULAR · EFICIENTE · COMPROVADO

MOCK THETA

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q^n$$

$$a_n \in \mathbb{Z}$$

$$(q; q)_n = \prod_{k=1}^n (1 - q^k)$$

SÉRIES q
QUASE-MODULARIDADE
TOPOLOGIAS NÃO COMUTATIVAS
SUPERFÍCIES ASSINTÓTICAS

$|q| < 1$
 $q = e^{2\pi i \tau}$
 $\tau \in \mathbb{H}$

DENSO · NÃO LINEAR · PROFUNDO

Do outro, a ambição de uma superfície criptográfica de maior densidade matemática.

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q^n$$

$$\phi(q) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n q^n$$

$$g(q) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n q^n$$

$$a_n, b_n, c_n \in \mathbb{Z}$$

$$(q; q)_n = \prod_{k=1}^n (1 - q^k)$$

$$q = e^{2\pi i \tau}$$

$$\tau \in \mathbb{H}$$

QUASE-MODULARIDADE
SUPERFÍCIES ASSINTÓTICAS
TOPOLOGIAS NÃO COMUTATIVAS
REDES DE CORRELAÇÃO
CAPACIDADE ASSINTÓTICA
RESILIÊNCIA ESTRUTURAL

A hipótese Mock Theta não se apresenta como um ajuste marginal.

MOCK THETA

SÉRIES q

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(-q; q)_n}$$

$$g(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2 \frac{(n+1)}{2}}}{(q; q)_n}$$

$$h(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n q^{n(3n-1)/2}}{(q; q)_n}$$

SUPERFÍCIES MODULARES

$$q \rightarrow e^{2\pi i \tau}$$

$$\tau \in \mathbb{H}$$

$$\eta(\tau) = q^{\frac{1}{24}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)$$

$$\eta(\tau) = q^{-\frac{1}{24}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)$$



Ela procura inspiração em objetos de outra natureza.

FUNÇÕES MOCK THETA

$$f(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(-q; q)_n}$$

ONDAS ASSINTÓTICAS

SIMETRIAS QUASE-MODULARES

$$f\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right) \approx (c\tau+d)^k f(\tau) + R(\tau)$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z})$$



$$q = e^{2\pi i \tau}$$

TERMO NÃO-HOLOMORFO (SOMBRA)

$$R(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(n) \hat{f}(\tau) q^{-n^2}$$

Não é apenas outra equação. É outro terreno.

TERRENO CLÁSSICO

Estruturas planas.
Simetrias rígidas.
Previsibilidade.



$$y = ax + b$$

$$y = ax^b$$

$$E: y^2 = x^2 + ax + b$$



NOVO TERRENO DE MOCK THETA

Geometrias vivas.
Simetrias flexíveis.
Estruturas que respondem.

Conexões não-locais

Sombras não-holomorfas

Redes modulares

Topologias dinâmicas



A promessa está aqui: deslocar a geometria do ataque.

FERRAMENTAS CLÁSSICAS DE ATAQUE

LOG DISCRETO

ROTAS PADRÃO

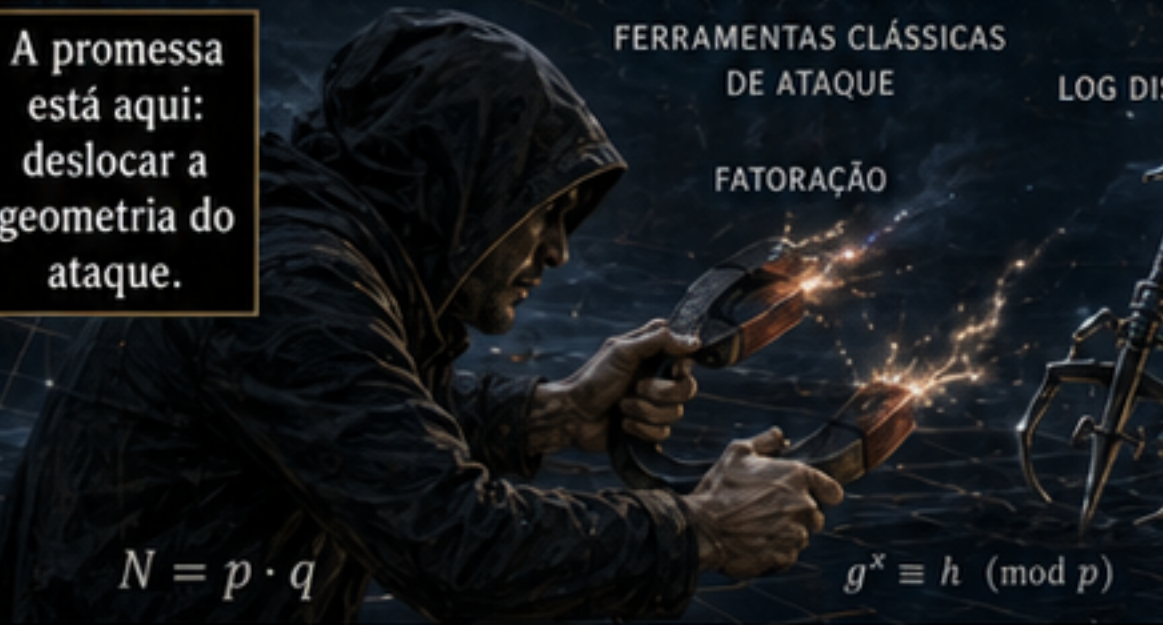
FATORAÇÃO

TERRENO DE MOCK THETA

Estruturas reconfiguram.
Simetrias desviam.
Padrões se dissolvem.

$$N = p \cdot q$$

$$g^x \equiv h \pmod{p}$$



Se a estrutura de ataque muda, a própria economia da criptoanálise muda com ela.

TRIBUNAL DO FUTURO

SIMETRIAS QUASE-MODULARES

$$f\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right) \approx (c\tau+d)^k f(\tau) + R(\tau)$$

$$R(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(n) q^{-n^2}$$

Não invulnerabilidade.
Não milagre.
Mas mudança de categoria.

A cifra do século XXI não é julgada apenas pela beleza de sua construção.



Ela é julgada pela resistência à industrialização do ataque.

ATAQUES DE TEXTO-ESCOLHIDO

Oráculos adaptativos

VERIFICAÇÃO FORMAL

Propriedades provadas

- Corretude
- Segurança
- Invariantes
- Resistência

PROVADO

CRIPTOANÁLISE ASSISTIDA POR ML

Modelos de linguagem
Grafos de dependência

ANÁLISE DE CANAIS AUXILIARES

Power traces
EM traces
Timing

ATAQUES ADAPTATIVOS

Exploração iterativa

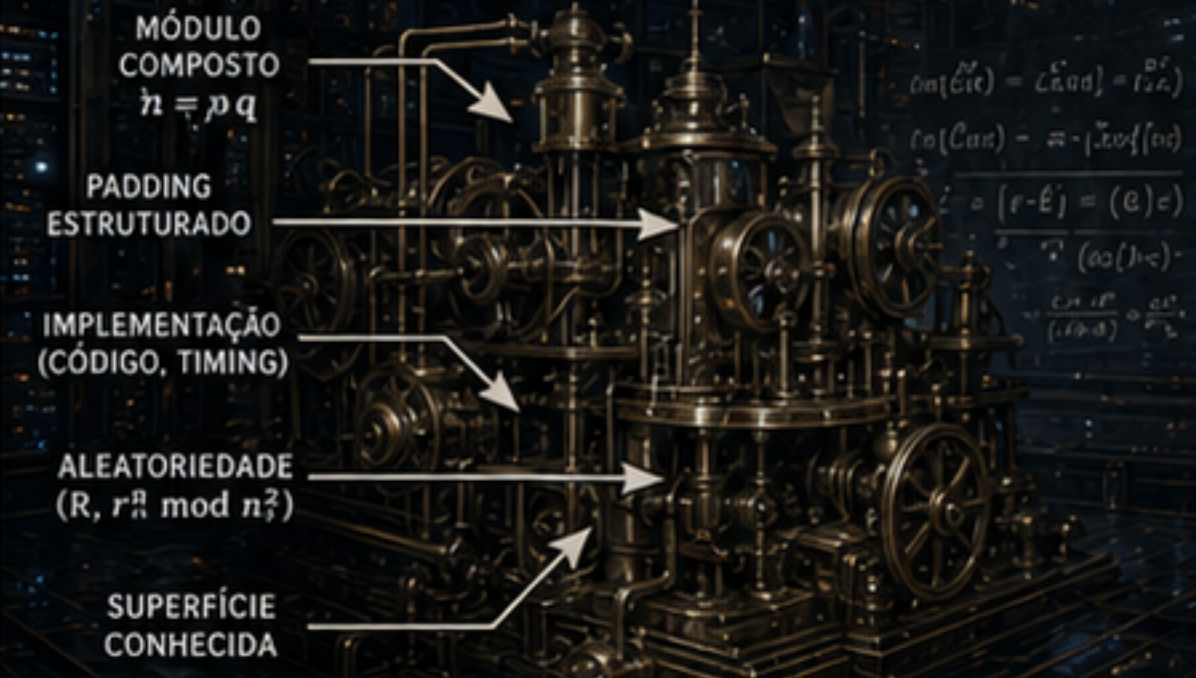
O inimigo não é um gênio isolado.



É uma ecologia inteira de ruptura.



CIFRA CLÁSSICA – PAILLIER



$$\begin{aligned}
 \text{Enc}(m) &= (r, g^m) = (r, g^m) \\
 \text{Dec}(c) &= m \cdot \log(g)(c) \\
 &= (r, g^m) = (e) = \\
 &= (e) = (e) = \\
 &= (e) = (e) = \\
 &= (e) = (e) =
 \end{aligned}$$

Na cifra clássica, o atacante sabe onde procurar.

Numa arquitetura nova, o custo inicial de modelagem adversarial pode ser maior – se a especificação for sólida.

ARQUITETURA NOVA – MOCK THETA





1 RESISTÊNCIA PÓS-QUÂNTICA

CLÁSSICO MODULAR SOB PRESSÃO QUÂNTICA

PAISAGEM PÓS-QUÂNTICA MAIS ABERTA



- ⚠ Fatoração
- ⚠ Logaritmo discreto



- ✓ Problemas hard para computadores quânticos
- ✓ Flexibilidade para novos paradigmas

2 EXPRESSIVIDADE ESTRUTURAL

FUNCIONAL, PORÉM LIMITADA

RICHA, MULTIDIMENSIONAL E COMPOSTA



- Adição homomórfica
- Multiplicação por escalar



- Operações compostas
- Camadas algébricas diversas
- Composabilidade nativa

3 SUPERFÍCIE DE ATAQUE

PAILLIER: MAPA DE ATAQUES CONHECIDO

MOCK THETA: MAPA MENOS CANÔNICO



4 ADEQUAÇÃO ESTRATÉGICA

NÚVEM CONFIDENCIAL



- Computação segura
- Privacidade de dados
- Terceirização confiável

SOBERANIA DE DADOS



- Controle nacional
- Leis e jurisdições
- Independência digital

IDENTIDADE DIGITAL



- Provas de identidade
- Credenciais verificáveis
- Privacidade por design

SERVIÇOS FINANCEIROS



- KYC/AML confidencial
- Relatórios regulatórios
- Cálculos sobre dados

BLOCKCHAIN E WEB3



- Contratos inteligentes
- Privacidade on-chain
- Interoperabilidade

HARDWARE SECURITY



- Enclaves e HSMs
- Raízes de confiança
- Proteção de chaves

5 VALOR ECONÔMICO E CIVILIZACIONAL

CIFRA



Valiosa, essencial, mas é um ativo específico.

INFRAESTRUTURA



Multiplicadora de possibilidades, sustenta ecossistemas e civilizações.

Paillier é excelente em sua função. A pergunta é se sua função basta.

GALERIAS DO TRIBUNAL

Tudo isso é muito belo.

CRIPTOGRAFIA NÃO É PROMESSA. É PROVA.

REVISÃO ANTES DA ADOÇÃO

ENGENHARIA NÃO É FEITIÇARIA.

CÉTICOS POR OFÍCIO. VERIFICADORES POR MISSÃO.

DESCONFIE. MEÇA. PROVE.

Mas novidade não é segurança.

BENCHMARKS

RELATÓRIO DE AUDITORIA

RELATÓRIO DE SEGURANÇA

AUDITORIA INDEPENDENTE

Uma cifra séria nasce de definição formal, hipótese de dureza, prova, implementação, criptoanálise aberta e revisão por pares.

Sim.

MOCK THETA

$$f(q) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i q^i$$

$$a_i \in \mathbb{Z}$$

$$f(q) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i q^{2i}}{(q; q)_i}$$

$$h(q) = \sum_{i=0}^{\infty} q^{i^2} g^{i^2} \pmod{n}$$

E isso não enfraquece a tese. Organiza o caminho.

Foi assim com RSA, ECC, lattices, códigos, isogenias e FHE. Nenhuma criptografia nasce madura.

TRIBUNAL DO FUTURO

Uma cifra clássica bem estabelecida é uma joia.



Uma nova família criptográfica pode tornar-se uma infraestrutura.



Se pós-quântica, eficiente, auditável é implementável...



Esta é a diferença entre ferramenta e plataforma.

Pascal Paillier: sua obra deve ser honrada.

Marcos Elias: se sua hipótese for formalizada, provada, implementada, atacada, auditada e sobreviver...

PASCAL PAILLIER

MARCOS ELIAS

...então ela não será apenas alternativa a uma cifra clássica. Será superação de categoria.

Honra-se o mestre. E então pergunta-se, sem piedade: quem protegerá os próximos trinta anos?